



应用札记

ANC202404001

## $\Sigma$ - $\Delta$ 模数转换器(ADC)技术一览

通信作者：成红玉

校阅：谭磊 姚若亚

圣邦微电子（北京）股份有限公司

2025 年 3 月 5 日

## 商标

SGMICRO 是圣邦微电子（北京）股份有限公司的商标。本文档中的所有商标均为其各自所有者的财产。

© 2024 圣邦微电子（北京）股份有限公司 版权所有。

未经 SGMICRO 事先书面许可，任何单位或个人不得摘抄、复制或改编本文档的部分或全部内容。

欲了解更多关于 SGMICRO 的信息，请访问网站 [www.sg-micro.com](http://www.sg-micro.com)。

## 摘要

$\Sigma$ - $\Delta$  模数转换器是从脉宽调制器类积分型 ADC 演变而来的，其模拟部分相对容易实现、数字部分则比较灵活。随着技术的发展， $\Sigma$ - $\Delta$  ADC 基本原理已结合不同量化器形成了有意义的变种。本应用札记回顾了与  $\Sigma$ - $\Delta$  ADC 相关的重要概念与拓展：过采样、（量化）噪声整形、（量化）噪声调制、数值化、滤波抽取，以及残量累积和局部精细量化（Zoom）等变种和改进。

## 目录

1 $\Sigma$ - $\Delta$ ADC 概述 .....	2
2 过采样量化噪声整形和量化噪声调制 .....	4
2.1 量化噪声与 ADC 的分辨率 .....	4
2.2 过采样量化噪声整形与 ADC 的分辨率 .....	5
2.3 量化噪声调制 .....	6
2.4 改善量化噪声抑制收敛速度以及阶数的概念 .....	8
3 抽取和滤波 .....	9
4 变种和改进 .....	10
4.1 局部放大（Zoom） $\Sigma$ - $\Delta$ 型 ADC .....	10
4.2 残量继承电容 DAC SAR 预量化 $\Sigma$ - $\Delta$ 型 ADC <sup>[4][5][6]</sup> .....	11
4.3 利用斩波减小失调电压和 1/f 噪声 .....	11
4.4 采用电容采样和开关电容放大器/积分量化器 .....	12
4.5 输入路径和量化器差分化 .....	12
4.6 引入不同滤波器改变抽取方式 .....	12
5 参考资料 .....	12

以 1 作为量化门限时，0.7 被量化为 0；无论多少次采样 0.7 保持被量化为 0。只有 1 这一个量化台阶的  $\Sigma\text{-}\Delta$  型 ADC 经过反复量化可以得到 0.7； $\Sigma\text{-}\Delta$  量化的基本原理是从多次量化中抽取其统计分布中心，结合其它量化方案可以加快误差收敛速度和提高量化分辨率。关于  $\Sigma\text{-}\Delta$  型 ADC 的文献最早出现于 1962 年<sup>[1]</sup>，早期的原理讨论淹没在了深化研究之下。本札记试图钩沉这些早期原理讨论，为理解  $\Sigma\text{-}\Delta$  型 ADC 做入门铺垫。

## 1 $\Sigma\text{-}\Delta$ ADC 概述

图 1 是介绍  $\Sigma\text{-}\Delta$  型 ADC 工作原理时常见的顶层框图，图中将  $\Sigma\text{-}\Delta$  型 ADC 表达为  $\Sigma\text{-}\Delta$  调制器和数值抽取滤波器两个环节。该图表达了  $\Sigma\text{-}\Delta$  型 ADC 的两个关键特征，其一是有一个调制过程在一个时间段内使调制量与模拟输入相互作用，其二是以  $k \times f_s$  的过采样速率获取速率为  $f_s$  量化输出。采样孔径<sup>1</sup>指量化输出反映的模拟输入片段的整体效果。就  $\Sigma\text{-}\Delta$  型 ADC 而言，对调制状态流采样需要持续时间、滤波器需要状态建立时间，表现为采样孔径大、输出延迟大。采样孔径的大小和输出延迟表现为量化过程的幅频特性和瞬态响应特性。

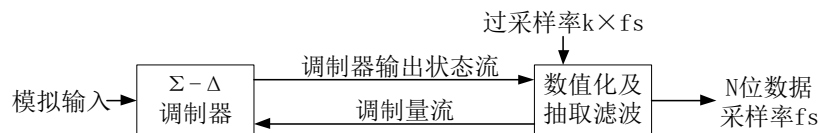


图 1  $\Sigma\text{-}\Delta$  型 ADC 顶层框图

图 1 是概念性框图，图 2 则是具体以脉宽调制器为  $\Sigma\text{-}\Delta$  调制器的  $\Sigma\text{-}\Delta$  型 ADC 的功能框图，方便更具体地说明其各个局部的功能。该电路中调制器的状态流为脉宽调制器的占空比信号，调制量流是受占空比信号控制的、相对于中间值电压  $V_{\text{COM}}$  的  $\pm V_{\text{REF}}$  偏移电压。 $V_X$  的范围限制在  $V_{\text{COM}} \pm V_{\text{REF}}$  范围内。

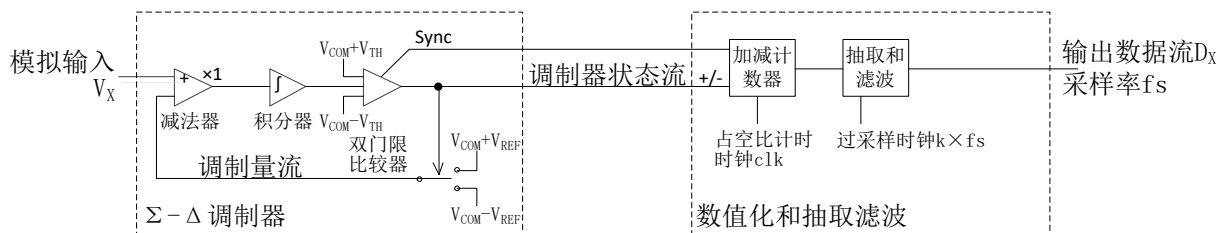


图 2 具体基于脉宽调制器的  $\Sigma\text{-}\Delta$  型 ADC 的功能框图

当调制量流为  $V_{\text{COM}} - V_{\text{REF}}$  时，减法器输出为正，积分器输出逐渐增大。直到积分器的输出超过上阈值  $V_{\text{COM}} + V_{\text{TH}}$ ，双门限比较器输出翻转、将调制量流输出切换为  $V_{\text{COM}} + V_{\text{REF}}$ 。由于  $V_X$  幅度在

<sup>1</sup>采样孔径指采样保持电路产生的时间窗口，用于捕获特定时间的信号幅度进行量化。无采样保持电路时存在一个等效的采样孔径，即量化结果反映的是在一个时间片内不同时间上按一定加权信号的幅度。

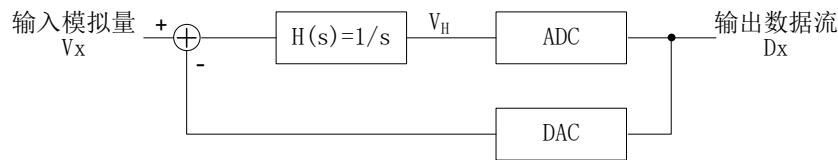
$V_{COM} \pm V_{REF}$  范围内,上述切换后积分器输出逐渐变低。积分器输出变低最后会超出下阈值  $V_{COM}-V_{TH}$ , 双门限比较器输出翻转、将调制量流输出切换为  $V_{COM}-V_{REF}$  方波幅度流。当  $V_X=V_{COM}$  时, 调制器状态流输出占空比  $D=1:1$ ; 当  $V_X$  与  $V_{COM}$  不同时, 占空比  $D$  反映  $V_X$  偏离  $V_{COM}$  的程度, 即  $D=0.5 + (V_X-V_{COM})/(2 \times V_{REF})$ 。或者, 在中心值为 0 时,  $V_X=2 \times (D-0.5) \times V_{REF}$ , 即  $V_X$  决定了占空比偏离 1:1 的程度。调制器的状态流是对积分器输出的量化结果, 该结果影响调制量流, 但不是对  $V_X$  的量化。 $V_X$  通过调制器反映为调制器状态流的占空比, 这个占空比由图中加减计数器读取, 计数器的值为  $V_X$  的量化值。在一个周期内占空比计数器的量化误差反映为调制器状态翻转时间与计时时钟  $clk$  对齐的偏差, 即可能存在一个时钟周期的偏差。重复多个周期, 总计数时间不断增大, 这一个周期的量化误差占比不断减小。这种通过多个周期不断累积获得精确占空比的过程即抽取<sup>2</sup>过程。由于  $V_X$  是变化的, 过长的累积过程会掩盖掉  $V_X$  的变化, 上述累积需要利用具备一定时间常数的数值滤波器实现, 即抽取和滤波是同时由滤波单元实现的。

上述原理介绍中没有提及图 2 中 Sync 信号的功能, 该功能与  $\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 设计方案的演化相关。图 2 电路是典型的早期锥形积分型 ADC; 如果  $\Delta$  代表差值、 $\Sigma$  代表积分, 则此锥形电路应为  $\Delta$ - $\Sigma$  型 ADC (部分文献<sup>[4]</sup>仍采用  $\Delta$ - $\Sigma$  的命名)。Sync 信号的引入取代了早期  $\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 方案中的加扰电路 (dither), 利用它在积分环节引入了一个残差, 亦可用  $\Delta$  表达。引入 Sync 信号后, 该类型的 ADC 则名副其实地称为  $\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 了。上述残差与加扰电路的功能一致, 用来保证量化误差能在一定范围的量化台阶内均匀分布。这个保证量化误差均匀分布的功能即 (量化) 误差调制, 将在下文 2.3 中进行详细讨论。

$\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 本质上或者底层原理是利用多次采样取平均将量化误差对消。无论是图 1 还是图 2, 用来分析量化噪声的调制如何改善信噪比都太过具象, 通常利用图 3 所示的一般模型做理论分析。该模型中, 带有量化噪声的量化结果被送回到输入与输入模拟量相减合并到下次量化中; 如果每次量化作为一个迭代周期, 则每次迭代量化误差的极性是翻转的。如果量化误差是完全随机的, 即出现正随机误差和负随机误差的几率一致, 则经过充分迭代后, 量化误差反复加减后会趋于零。图 3 中输入到 ADC 的是  $V_H$ , 但 ADC 的输出并不是  $V_H$ , 而是根据一段时间内  $V_H$  的变化得到的  $V_X$  量化值  $D_X$ ; 对  $V_X$  的量化过程是从对  $V_H$  量化提取得到的。直观的解释是重复对  $V_X$  做多次采样取其平均值, 有正有负的量化误差被平均过程减小了。

---

<sup>2</sup>抽取对应英文的 Decimation, 其原意是大屠杀、灭绝的意思, 借指在这类 ADC 需要从大量的采样提取少量统计特征, 大量原始数据被放弃。这个过程是由滤波环节实现的, 并没有一个专门挑拣淘汰原始数据的过程。

图 3 分析  $\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 中量化噪声改善影响的一般结构框图

$\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 的三个关键特征分别是，过采样过程将量化噪声推到高频、在大量数据中抽取取出量化值及滤波、以及保证量化噪声的平稳和均匀分布。

## 2 过采样量化噪声整形和量化噪声调制

借助于奈奎斯特采样的分析方法从信息提取角度可以导出过采样过程如何提高量化精度的一般性解释。首先，仍需要假设量化噪声是平稳和均布的，以及过采样数据处理过程不引起信息损失，即仅考虑过采样时的量化误差。以下将解释如何从信息提取的角度评估量化噪声与 ADC 位长的关系以及将量化噪声调制在量化台阶内的实施例。

### 2.1 量化噪声与 ADC 的分辨率

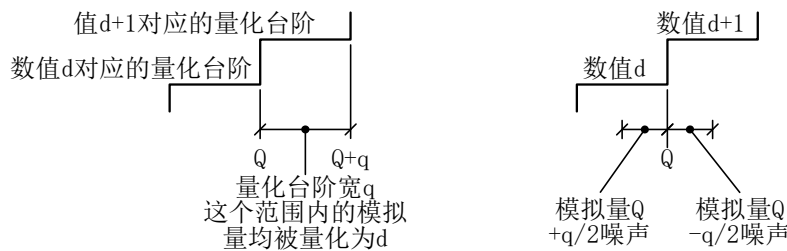


图 4 理解量化台阶和量化噪声的示意图

参考图 4 左图，不局限于  $\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC，量化台阶指对应相邻两个量化值的模拟量范围，在这个范围内模拟输入都被量化为同一个数值，即图中的  $d$ 。记  $d$  临界变化的模拟量是  $Q$ ，相邻数值  $d+1$  临界变化对应模拟量为  $Q+q$ ，则数值增量 1 对应的模拟量增量  $q$  即量化台阶。对于线性量化过程，这个台阶即最小量化权值位 LSB (less-significant bit) 对应的模拟量范围。这种将模拟量量化为数值时，因数值表达的不连续性导致的误差即量化误差。将量化误差看作噪声影响时其效果相当于在模拟量上叠加了幅度在  $-q/2 \sim 0$  范围内的噪声。考虑这个噪声是均匀分布的，则平均值为  $-q/2$ ，即图 4 左图所表达的量化误差从统计结果看同时引起统计零点出现  $-q/2$  的漂移。这个漂移可在数字域或模拟域移除，从而可以将量化噪声反映为如图 4 右图所示的  $-q/2 \sim +q/2$  的噪声，即量化结果  $d$  对应较  $Q$  低的实际输入量叠加了同相噪声或较  $Q$  高的实际输入叠加了反相噪声。此时在  $-q/2 \sim q/2$  范围均布的噪声的均值为 0 (在  $-q/2 \sim 0$  范围内均值为  $-q/4$ ，在  $0 \sim q/2$  范围内均值为  $q/4$ )，方差密度或噪声密度为  $\sigma = \frac{1}{q} \int_{-q/2}^{q/2} (A)^2 d(A) = \frac{q^2}{12}$ ，式中  $A$  为幅度， $\sigma$  为能量或方差。有限次量化时， $n$  次量化噪声平均幅度在

正和负两个部分分别为正和负 $(q/4)/(n^{1/2})^3$ 。相对于单次量化时在两侧的均值  $q/4$ ，随着量化次数的增加，均值以  $1/n^{1/2}$  速度缩小。由于噪声能量总是正值，量化次数不改变平均到每次的噪声能量，而只是改变其短期统计偏差与长期统计偏差的偏离程度。

长期且平稳时，信号能量密度与噪声能量密度为 1:1 的相对关系用来表述一个信息表达系统的极限能力；量化系统极限有效动态范围以信号/量化噪声比 SINAD 表达为  $10 \times \lg(P_s/P_n)$  (dB)，其中  $P_s$  为信号能量密度， $P_n$  为噪声能量密度。对于  $N$  位 ADC，其不失真地采样一个正弦信号的幅度为  $2^N \times q/2$ ，其能量为  $2^{2 \times N} \times q^2/8$ ，前述极限有效动态范围为  $10 \times \lg[(2^{2 \times N} \times q^2/8)/(q^2/12)]$ ，即  $SINAD=1.76+6.02 \times N$ 。由此可看出，位长  $N$  与信噪比的正比关系。从另一个角度看 SINAD 的表达，如果一个量化系统在原始采集到的数据基础上的后续处理过程中数字表达不受位长限制，降低  $P_n$  可获得更高的 SINAD。即，如果平均过程可以降低量化噪声平均幅度，则可借助平均过程获得更高的 SINAD。

## 2.2 过采样量化噪声整形与 ADC 的分辨率

2.1 中已说明重复  $n$  次采样和量化时平稳和均布的量化噪声以  $1/n^{1/2}$  的比例减小，以及如果处理过程不受位长影响，量化噪声的减小相当于有效位长增加。将其中 SINAD 的公式改写为  $N=(SINAD-1.76)/6.02=[10\lg(P_s/P_n)-1.76]/6.02$ ，带入  $n$  增加时量化噪声幅度减小  $1/n^{1/2}$  的比例关系后，得到  $n$  每增加一倍，等效位数增加 0.5 位的关系<sup>4</sup>。需要注意，此处的量化噪声能量并不是多次量化的平均量化噪声能量，而是从平均量化噪声幅度折算得到的等效值。多次采样取平均只是多种数据处理方式之一，从量化噪声能量变化的角度可导出过采样改善 ADC 分辨率的一般性关系。

当以  $f_s$  为采样速率对模拟信号采样时，如图 5 所示，带宽为  $f_a$  的模拟信号及其镜像部分经采样后被搬移到以  $f_s$  频率的两侧。奈奎斯特采样定律指出最低限度地识别信号频谱的极限情况出现在  $f_s=2 \times f_a$  时；当  $f_s < 2 \times f_a$  时， $f_a$  频谱中高于  $f_s/2$  的部分出现交错，致使该部分的功率高于实际信号功率，从而导致误判。在临界情况下，即  $f_s=2 \times f_a$  时，采样过程将量化噪声调制到了带宽为  $f_s$  的采样频谱中，这时量化噪声的影响最大。

<sup>3</sup> 功率  $P$  和幅度  $A$  之间关系式为  $P=A^2/2$ ，单次量化时两侧均值为  $q/4$ ，噪声总功率不变情况下， $n$  次量化后功率为  $(q/4)^2/2n=A_1^2/2$ ， $A_1^2=(q/4)^2/n$ ， $A_1=(q/4)/(n^{1/2})$ ， $A_1$  为  $n$  次量化后两侧噪声平均幅度。

<sup>4</sup>  $n$  增加时量化噪声幅度  $A_1$  减小  $1/n^{1/2}$  比例为  $A_1=A/n^{1/2}$ ，量化噪声功率  $P_{n1}=A_1^2/2=A^2/2n=P_n/n$ ，在输入信号功率不变的情况下， $N_1=[10\lg(P_s/P_{n1})-1.76]/6.02=[10\lg(nP_s/P_n)-1.76]/6.02=10\lg n/6.02+[10\lg(P_s/P_n)-1.76]/6.02=10\lg n/6.02+N$ ， $\Delta N=N_1-N=10\lg n/6.02$ ，采样次数  $n$  增加一倍为  $2n$ ，相当于等效位数增加 0.5 位。

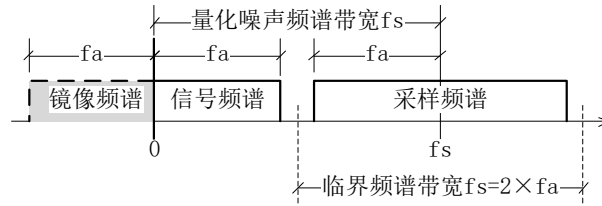


图 5 采样对模拟信号频谱的搬移

量化噪声可能出现的最高频率即采样频率  $f_s$ ，作为白噪声时在 0 频率到  $f_s$  间均布。当信号带宽小于  $f_s$  时，则只有  $f_a/f_s$  比例的量化噪声被调制入采样频谱。记  $f_a/f_s=1/n$ ，则量化噪声可以调制到采样频谱中的部分为  $1/n$ 。将这个关系带入公式  $N=[10\lg(P_s/P_n)-1.76]/6.02$  中，即得到只有部分量化噪声进入采样频谱时 ADC 分辨率改善的一般关系<sup>5</sup>。

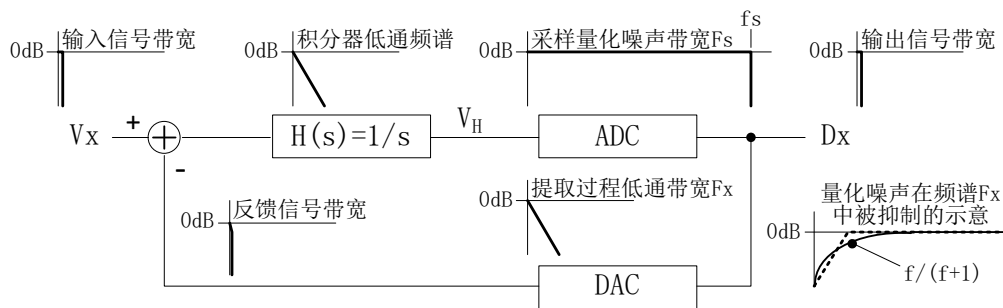


图 6 增加了频谱示意的抽象结构框图

图 6 在图 3 所示的抽象结构基础上增加了信号带宽和传递函数带宽的示意，明确了以积分器作为简洁的模拟低通滤波器限制量化噪声频谱的一般性特征，没有明确 ADC 的形式和 DAC 的形式及其反馈延时关系。分析上图，传递方程为  $D_x = (V_x - D_x) \times H(s) + q_n$ ，在低频范围不考虑相移影响，上述方程可简化为  $D_x = (V_x - D_x)/f + q_n$ ，可推导出  $D_x = V_x/(f + 1) + q_n \times f/(f + 1)$ ，该导出式显现对于极点为零的积分器型滤波器，当  $f$  接近零时，量化噪声的影响也接近零。由此可见，对量化噪声的抑制是由滤波器  $H(s)$ 、对  $V_h$  量化和从中提取对窄带的  $V_x$  量化结果的（滤波）过程中实现的。

以上即**量化噪声整形**的一般性概念，利用过采样使量化噪声分布在很大带宽内，然后只保留有限带宽内的量化噪声，从而取得比过量化量化器高的有效位长。过采样和量化噪声整形的概念并不局限于低通方式，也包括对高频窄带信号（相对于带通带宽的）过采样和利用带通滤波实现噪声整形的情形。

### 2.3 量化噪声调制

量化噪声调制是使量化噪声呈现白噪声或者接近白噪声的过程。量化器本身不能保证多次量化过程中量化噪声是均匀分布的。例如当模拟量在一个量化台阶内保持稳定时，无论是多少次采样所

<sup>5</sup> 量化噪声可以调制到采样频谱中的部分越少，ADC 分辨率越高。

采集的数据是个确定值，则无论如何抽取和滤波，都不会改变量化噪声的幅度，从而无法提高有效位长。图 3 中利用 DAC 将量化结果反馈到前端与输入信号相减的过程在每次迭代时翻转量化误差极性可以加快量化误差的收敛速度，但仍不能使处于一个量化台阶中的稳定输入引起不同输出，因此也无法使量化误差均布。

$\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 的早期设计中曾使用主动加入扰动的方式使多次量化的结果在若干位间以输入模拟量为中心对称分布。利用加入扰动的产品实例可见 MAX110/111<sup>[2]</sup> (ADI 公司产品)，其利用一个扰动产生单元 (dither generator) 产生一个对称分布的准白噪声使对稳定输入信号的量化结果出现在不同编码上；量化结果的统计分布中心即加扰后的模拟信号的中心，而该统计中心位置精度由统计样本规模决定、不受量化器精度限制。后期设计中很少使用加扰，但加扰方案中由多个量化台阶上的样本数决定统计分布中心的精髓得以延续；利用取多个台阶的平均值改善台阶幅度偏差。

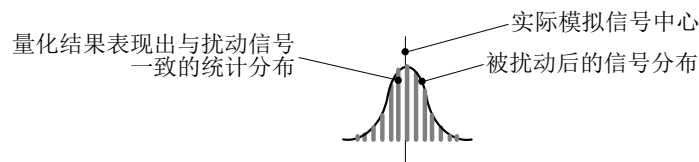


图 7 利用加扰使多次量化结果以输入量为中心分布的示意

图 2 中的 Sync 信号利用比较器翻转时间与一个稳定的计数时钟的偏差来产生一个残量 (即文献<sup>[3]</sup>第 16、17 页提到的线性时间变量)。这个残量的幅度在一个 Sync 时钟间隔内均匀分布，完全符合  $\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 的需要。带有同步信号的比较器，即锁存比较器，在 Sync 信号前沿瞬时将输入接入一个双稳态触发器；无论输入幅度差是多少，这个双稳态触发器一定会产生唯一的逻辑状态，是一种高增益比较器。锁存比较器只在 Sync 信号前沿瞬时检查获取输入幅度信息。如果过阈值的临界状态出现在两个 Sync 信号前沿之间，临界时间与比较器输出之间出现延时；在这段延时期间积分器保持原来的状态，输出在过阈值后继续变化。

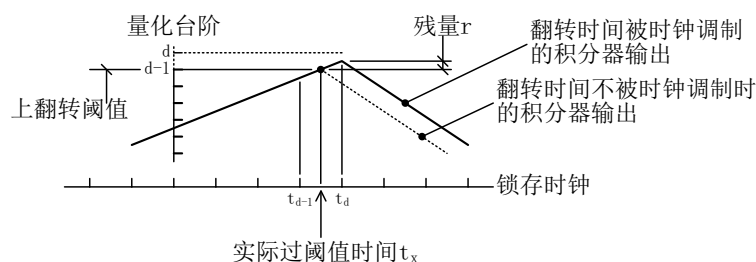


图 8 翻转时间被时钟调制产生残量的示意

图 8 说明了上述延时如何产生在一个量化台阶内随机均布的残量，以及这个残量带入下一个积分过程的情形。如图所示，以过上翻转阈值为例，实际过阈值时间发生在  $t_x$  时刻，但直到  $t_d$  时刻锁存比较器才检查积分器输出。从过阈值到锁存比较器输出翻转、改变积分器的变化方向，积分器输

出仍沿着之前的方向变化并产生了一个与  $t_d-t_x$  时间有关的残量  $r$ 。这个残量  $r$  使得积分器在下一个方向上的变化的起点偏离了量化台阶的端点, 是对其计时过程的扰动。考虑  $t_x$  与时钟无关, 同时在  $t_{d-1}\sim t_d$  的时间范围内积分器输出的变化不大, 则残量  $r$  在一个量化台阶内均布。对于经常采用的一位量化器而言, 残量  $r$  是积分器输出超出上下翻转阈值的部分。对于图 2 所示脉宽计数结构的电路来讲, 残量  $r$  则是均匀分布在  $d-1$  和  $d$  之间的随机扰动。除扰动加入方式不同外, 图 2 电路与产品实例 MAX110/111 一样, 单次量化器是多位精度的脉宽计时器; 这个单次量化器的分辨率或位数对应积分器一个完整充放周期的计时。

$\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 的关键特征是在单次采样量化后的数据处理, 这是一种广义的积分过程, 即需要某种方式让多次量化的结果关联起来; 这种情况下单次量化被称为预量化, 后续的处理仍被称作抽取和滤波过程。其中单次量化器则不局限于积分变换器, 例如可以采用基于电荷平衡的逐次逼近型的 SAR ADC。电荷平衡 SAR ADC 可借助其权电容将上次变换所剩余的残量带入下次变换采样中, 实现量化噪声调制<sup>[4]</sup>。

量化噪声调制过程同时作用到其它类型由量化器引入的低频噪声。部分残量由量化器的低频噪声引起, 这部分没有计算到积分时间内的残量在下一个方向的积分过程中以反向的形式导致积分的起点向延长积分时间的方向移动。在接续的两个积分过程中, 量化器引入的噪声分别表现为正和负的影响, 相当于利用以积分时间为周期的  $\pm 1$  极性对称方波进行了调制。考虑其作用的一致性, 进一步的讨论中不必区分量化噪声和其它类型由量化器引入的噪声。

$\Sigma$ - $\Delta$  调制器中切换参考极性时的开关过程造成其特有的丢码现象, 即在零的某一侧的某些码不会出现。两个方向变化时的开关过程向积分器注入干扰相当于偏正、偏负的零输入间存在交越失真。如果该交越失真的幅度范围超过量化台阶, 则对应该范围的码缺失。4.2 小节末尾介绍了消除这个丢码的方法之一。

## 2.4 改善量化噪声抑制收敛速度以及阶数的概念

利用快速预量化可直观和直接地改善收敛速度, 大多改进出现在积分调制器和抽取滤波部分(自从 1962 年这个分类被提出后, 大量研究和产品实践都是围绕调制器和抽取滤波展开的<sup>[1]</sup>)。本小节试图提供有助于理解这些创造的一般概念, 而不是尝试概述。

将图 3 表达为以固定节拍迭代的离散过程, 见图 9。类似地, 图 9 只是表达数据提取部分是对之前输入的量化、仅将量化误差反向后送回积分的概念, 而忽略了其具体实现的复杂性。这个过程在  $z$  域表达为  $D(z) = z^{-1} \times X(z) + (1 - z^{-1}) \times Q(z)$ ; 其中从  $X(z)$  到  $D(z)$  以 1:1 增益传递,  $Q(z)$  为量化误差序列,  $z^{-1}$  代表一个延迟节拍,  $(1 - z^{-1})$  为积分器 (与  $1/s$  或  $f/(f + 1)$  对应的) 在零频率上的陷波函数。

其收敛速度慢表现在由  $f/(f+1)$  反映的关系上，只有当  $f_s \gg f_a$  时才能对量化误差的有效抑制。

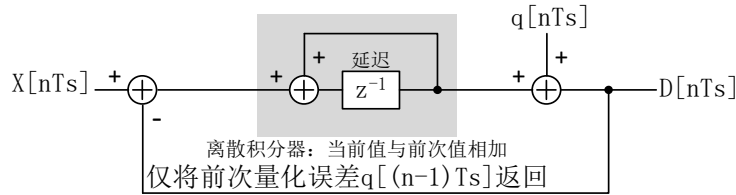


图 9 以离散过程表达的  $\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 的结构

直观的改善办法是尝试堆叠调制器积分节，使传递函数与积分器相关的部分连续延迟-相乘的关系表达为  $D(z) = z^{-1} \times X(z) + (1 - z^{-1})^L \times Q(z)$ ；其中  $L$  为级联次数。以三阶级联为例，相应的传递模型如图 10 所示；其中系数  $a_1 \sim a_3$  表示在累积延时-积分时的传递增益需要控制。这个级联次数  $L$  即所谓  $\Sigma$ - $\Delta$  调制器的阶数。 $(1 - z^{-1})^L$  被称为量化噪声整形函数，图 11 是其在  $0 \sim 0.5f_s$  频率范围的模值。

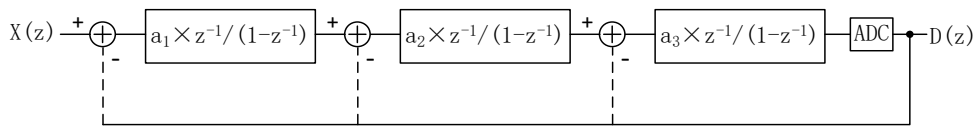


图 10 对量化误差做三阶级联积分的模型

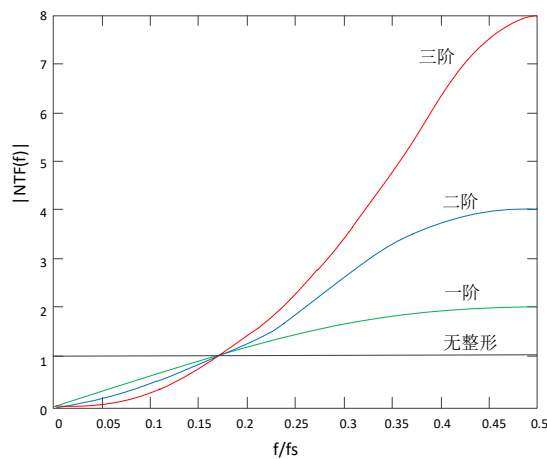


图 11 整形函数  $(1 - z^{-1})^L$  在  $0 \sim 0.5f_s$  频率范围的模值

$(1 - z^{-1})^L$  的模值为  $[2 \times \sin(\pi \times f/f_s)]^L$ ，是  $2 \times f_s$  的周期函数。其在零频率附近的斜率变化与  $L$  阶幂函数一致，使得  $L$  增大时在低频部分残余的量化噪声快速下降。每增加一次级联相应增加一个延时单位，同时在较高频率上的传递增益快速增加（在  $f = f_s/2$  处增益为  $2^L$ ）。使用高阶结构时需要插入滤波器控制传递增益或者采用高位长的预量化器来减小量化噪声的相对幅度以防止出现自激。

### 3 抽取和滤波

过采样产生的大量数据需要在第一时间压缩和提取有效部分，以便减小后续需要处理的数据量。这部分处理即抽取（decimation）或退过采样（down-sample）。具体实施均采用对一段时间内采集的

数据连续加和获取平均值的方式来实现。连续加和即离散积分的过程，不需要中间数据寄存器即可完成。如果一个时间片完成后再启动下一个时间片，则只有完成一次整时间片的加和才能看到数据的变化，处理延时长并且对变化不能快速响应。普遍利用滑动平均(moving average or sliding average)在平均样本数和快速响应间折中。 $M$ 阶的滑动平均需要存储  $M$  个中间数据，每输入一个新数据同时放弃一个最老的数据，然后以新的  $M$  个数求取平均值。滑动平均仅需要加减操作和桶形结构先入先出寄存器组即可实现。当过采样比较大时可能需要采样分片加和级联多次滑动平均的方式减少电路规模，这时的每个处理节称为分段预采样。分段预采样的离散转移关系为  $y[n] = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} x[n-i]$ ，传输函数  $z$  域表达为  $(1-z^{-M})/[M \times (1-z^{-1})]$ 。当  $M$  为 1 对应分片加和的情况，幅频响应为 SINC 函数； $M$  阶滑动平均相当于按  $M$  次倍频嵌套相乘多次 SINC 函数，可以改善最低频的 SINC 在低频部分的平坦度和陷波频率点附近的衰减速度。这种多次嵌套 SINC 的幅频图上可见在最大滑动区间对应的频率处出现一连串陷波频率点，因其曲线形状也被称为梳状滤波器<sup>[1]</sup>。

经过梳状滤波器后数据流速率得以降低，而后接入滤波器可以减小滤波电路的规模。对于窄带应用的输入频率相对于实际需要的带宽仍然可能过高，还是需要利用级联方式将滤波器分节实现，以便减小电路规模。

## 4 变种和改进

使量化噪声均布，然后利用过采样和抽取过程减小量化噪声的基本原理配合多种类型 ADC 实现折中的性能改善。以下介绍常见的局部放大 (Zoom)  $\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 和基于电荷平衡的残量继承电容 DAC SAR 预量化  $\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC，以及工程实践中对  $\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 的改进。

### 4.1 局部放大 (Zoom) $\Sigma$ - $\Delta$ 型 ADC

利用其它高速或中速 ADC，例如采用 SAR ADC，快速预量化输入模拟量后，将预量化结果快速带入抽取和滤波逻辑，以预量化值为起点可以加快向更精确量化结果的收敛速度。如果只是用来预置收敛过程的起点， $\Sigma$ - $\Delta$  调制器的输出摆幅不变，调制器部分的时间预算不会降低。

将预量化结果利用 DAC 还原为模拟量，将输入减掉还原模拟量得到一个差值，将此差值送入一个  $\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 则可以使  $\Sigma$ - $\Delta$  调制器只作用在差值所对应的局部。此实现方式的 ADC 即局部放大 (Zoom)  $\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC，原理图见图 12。

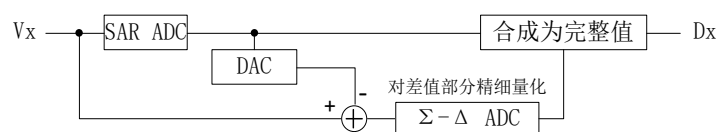


图 12 局部放大 (Zoom)  $\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 的原理

局部放大型 ADC 适合要求对局部做高精度解析的应用，例如在大尺度测量时获取以节距为参考的定位，以及测量围绕某个中心值的弛豫过程。在这些应用中节距或者中心值的精度要求与围绕节距和中心值的变化精细要求不同，需要局部放大和量化。从动态范围角度看，局部放大的获益局限于其  $\Sigma$ - $\Delta$  ADC 所处理的局部；全局的量化特性受预量化 ADC 和还原 DAC 的制约。局部放大型 ADC 可以快速输出预量化值，用于节距定位，也能以慢速  $\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 的方式获得精细解析结果。

#### 4.2 残量继承电容 DAC SAR 预量化 $\Sigma$ - $\Delta$ 型 ADC<sup>[4][5][6]</sup>

利用电荷平衡型的电容 DAC 做 SAR 型 ADC 时，完成逐次逼近的节拍后、权电容阵列上会残留一个或正或负的电压。这个电压对应一个电荷残量，如果将这个残量带入下次量化，则相当于实现了量化噪声调制。相对于图 2 所示或产品例 MAX110/111 的脉宽计数预量化和量化噪声调制，残量继承可以快速实现残量调制和预量化，其整体电路结构也比前述局部放大型的结构紧凑。在这种结构方案中，预量化和残量调制是同一个过程的两个结果，是最快的噪声调制方式。对一次预量化而言，残量在一个量化台阶内是均布的；从多次量化间逐次继承来看，该残量的累积影响了下次变换结果，即在 SAR ADC 结果中包含了一个积分 ADC 作用。当除量化噪声外的其它噪声影响不大时，积分型量化变换的分辨率与积分时间成正比。以过采样倍数  $n$  来表达，残量继承预量化对位长改善能力在  $n^{1/2}\sim n$  之间，高于单纯以随机噪声所做的测算。

参考图 12 所示的原理，SAR 量化结束后的残量即该次采样与该次量化还原值之间的差值。与局部放大型 (Zoom) 相比，每次量化的还原值可能是不同的 (因量化噪声之外的扰动)。这导致预量化结果的变动，使预量化的微分非线性影响进入差值。这个影响同样会经过抽取滤波过程被均化和减小。进一步地，如果有意随机地提前结束逐次逼近，可将残值扩大到多个位，进而利用抽取滤波在多个位之间均化其微分非线性的影响。

#### 4.3 利用斩波减小失调电压和 $1/f$ 噪声

为了便于说明  $\Sigma$ - $\Delta$  型 ADC 的基本特征，文中的示意图 (即图 2、图 3、图 6、图 9、图 10 和图 12) 均是将参考基准斩波后与信号相加的方案；这时信号路径上加法器和积分器的失调和  $1/f$  噪声像信号一样被带入量化结果。如果采取对偶方案，即对输入信号斩波而不对基准斩波，斩波器之后部分的失调和  $1/f$  噪声经过采样过程调制到高频，从而可以利用抽取滤波过程加以抑制。基准幅度对应最大信号幅度，不断翻转信号取代不断翻转基准可获得更大收益。对极高分辨率应用进一步开发了对输入信号和基准均做斩波的改进。假设不翻转时的失调和  $1/f$  噪声以  $+\Delta V$  带入量化值，则反转后以  $-\Delta V$  带入量化值，对两次量化的值求平均时带入的二者得以对消。对信号的翻转不影响残值带入下次量化时的噪声调制效应。以图 2 电路为例，调整为信号斩波方式后，除将加减计数器调整为求

均值电路外，其余电路一致。

#### 4.4 采用电容采样和开关电容放大器/积分量化器

采用开关电容对信号放大或者做积分量化可以避免量化部分电阻网络内在的噪声影响和降低信号源内阻影响<sup>6</sup>。基于电容的设计有利于工艺选择和设计，是 $\Sigma$ - $\Delta$ 型ADC产品的主要实现方式。

#### 4.5 输入路径和量化器差分化

无论信号的最初形态是否为差分，差分化可扩大量化器的动态范围和改善积分非线性。更为直接的是，差分化与信号斩波结构一致，是提高分辨率的必然选择。与在其它ADC结构中差分化导致量化器电路规模倍增不同， $\Sigma$ - $\Delta$ 型ADC结构中差分化的电路规模并不会显著增加。综合上述原因，差分化也已成为 $\Sigma$ - $\Delta$ 型ADC产品的典型方案。

#### 4.6 引入不同滤波器改变抽取方式

在本文第3节介绍了在一定窗口时间内做滑动平均滤波和分阶做滑动平均滤波的概念，其中分阶方式可以大幅度地减少对过采样数据的缓冲规模，同时改善与最长窗口时间对应的通带内的响应平坦度。利用将最短滑动窗口的数据预置到后续各阶作为初始值可以加快向高分辨率终值的收敛速度，或者利用高模拟带宽采样和精确定时能力对高频窄带信号做直接恢复，例如对正交调制的高频载波以低于载波频率、高于载波带宽的采样速率获取数据流后可直接在滤波节以不同窗口时间扫描计算正弦波内积、获取各频率分量的状态。广义上看， $\Sigma$ - $\Delta$ 型ADC具备一般数值处理系统的结构，或者说用于提高量化精度是数值处理系统的一个特定应用。利用不同的滤波器可以获取幅度、相位和时间关系等所有信号参数，只要利用了噪声调制和抽取，均可以归类为一种对 $\Sigma$ - $\Delta$ 型ADC的改进。

## 5 参考资料

[1] Philips E. Allen, Douglas R. Holberg. CMOS Analog Circuit Design[M]. 2nd ed. Oxford University Press, Inc., U.S.A., 2002.

[2] Analog Devices, Inc. MAX110/MAX111 Data Sheet[EB/OL]. (1998-11).

<https://www.analog.com/media/cn/technical-documentation/data-sheets/1018.pdf>.

[3] Shanthi Pavan, Richard Shreier, Gabor C. Temes, Understanding Delta-sigma Data Converters[M]. 2nd ed. Wiley-IEEE Press, 2017.

[4] 雷鑑铭, 刘佳明, 马常乐, 谭磊, 白玮. 一种基于残量累加电荷的逐次逼近型数模转换器: 202210664014.8[P]. 2022-06-13.

[5] 谭磊. 一种模数转换器及其操作方法: 202111617749.7[P]. 2021-12-27.

[6] 白玮, 谭磊, 于翔, 谢程益. 模数转换器: 202111597874.6[P]. 2021-12-24.

---

<sup>6</sup> 在一定带宽B内的电阻热噪声功率为 $4kTRB$ ，其中k为玻尔兹曼常数，T为绝对温度，R为电阻值。电容没有热噪声；信号源内阻的热噪声接入到电容C时，全带宽内的噪声功率因电容旁路作用下降到 $kT/C$ 。

## 修订记录

注意:历史版本的页码可能与当前版本的页码不同。

日期	版本	描述
2024-4-15	REV.A	首次发布
2024-5-17	REV.B	“4 改进和变种”一节增加工程实践中对 $\Sigma$ - $\Delta$ 型 ADC 的改进, 详见 4.3、4.4、4.5 和 4.6 内容。
2025-3-5	REV.C	“2.3 量化噪声调制”章节增加关于丢码的成因说明, 并引出 4.2 小节有弥补措施的介绍。

## 重要声明

本文中如涉及本公司具体产品型号, SGMICRO 保留其更改电路设计、产品规格和产品描述的权利, 恕不另行通知。本文档内容仅供参考。本文档中的所有陈述、信息和建议不构成任何承诺。对于本文中可能出现的错误, 以及因本文档提供的信息和使用本文档而造成的任何附带或间接损失, 本公司不作任何明示或暗示的陈述和保证。此文档未授予任何知识产权许可。除了 SGMICRO 在其产品的销售条款和条件中声明的责任外, 本公司概不承担任何其他责任。

[www.sg-micro.com](http://www.sg-micro.com)

## 联系方式

### 圣邦微电子(北京)股份有限公司

地址: 北京市海淀区西三环北路 87 号国际财经中心 D 座  
1106 室  
邮编: 100089  
电话: 010-88825716/17  
传真: 010-88825736

### 深圳办事处

地址: 深圳市南山区科技园高新南六道 6 号迈科龙大厦  
15 楼  
邮编: 518063  
电话: 0755-26715323/26715619  
传真: 0755-26748460

### 上海办事处

地址: 上海市徐汇区漕溪北路 88 号圣爱大厦 1706 室  
邮编: 200030  
电话: 021-64396434  
传真: 021-64396434-804

### 台湾办事处

地址: 台北市信义区基隆路二段 7 号 5 楼之 2  
邮编: 11052  
电话: 886-2-27583383